

УДК 621.873

*О. Б. Неженцев, к.т.н., доцент*

*(доцент кафедри прикладної механіки, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»)*

*Г. О. Бойко, к.т.н., доцент*

*(начальник науково-дослідної частини, Східноукраїнський національний університет ім. Володимира Даля)*

*П. В. Збітнєв*

*(аспірант кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підійомно-транспортних машин, Східноукраїнський національний університет ім. Володимира Даля)*

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ І ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ  
ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ  
КРАНІВ З ЧАСТОТНИМ КЕРУВАННЯМ ПРИВОДІВ ПЕРЕСУВАННЯ**

*У статті описано математичні моделі мостового крана з частотним керуванням електропривода пересування, які базуються на тримасовій та чотиримасовій розрахункових схемах. Представлено розроблене програмне забезпечення для реалізації вказаних математичних моделей. Воно дозволяє за допомогою чисельного методу Рунге-Кутта інтегрувати диференціальні рівняння, що описують рух багатомасових динамічних моделей крана, та на кожному кроці заданого інтервалу часу розраховувати переміщення, швидкості і прискорення всіх приведених мас, динамічні зусилля, які діють у приводі і металоконструкції крана, та на вантажі. При цьому визначаються максимальні значення вказаних зусиль на кожному етапі перехідного процесу і час їх виникнення. Результати розрахунків виводяться на екран у вигляді таблиці та графіків перехідних процесів мостового крана (в тому числі – з частотним керуванням).*

*За допомогою розробленої комп'ютерної програми та теорії планування експерименту виконано аналіз зміни кінематичних і динамічних параметрів при гальмуванні мостового крана вантажопідйомністю 20/5 т з частотним керуванням приводу пересування. Побудовано поліноміальні залежності динамічних зусиль на металоконструкцію крана та вантаж, а також часу гальмування крана від параметрів частотного керування. Наведено зручні для практичного застосування графіки рівних відгуків динамічних навантажень, що діють на металоконструкцію крана та вантаж при гальмуванні частотно-керованого мостового крана.*

*Ключові слова:* мостовий кран, математична модель, перехідні процеси, частотне керування, динамічні навантаження.

*В статье описаны математические модели мостового крана с частотным управлением электропривода передвижения, основанные на трехмассовой и четырехмассовой расчетных схемах. Представлено разработанное программное обеспечение для реализации указанных математических моделей. Оно позволяет с помощью численного метода Рунге-Кутта интегрировать дифференциальные*

© Неженцев О. Б., Бойко Г. О., Збітнєв П. В., 2017

уравнения, описывающие движение многомассовых динамических моделей крана, и на каждом шагу заданного интервала времени рассчитывать перемещения, скорости и ускорения всех приведенных масс, динамические нагрузки, которые действуют в приводе и металлоконструкции крана, а также на груз. При этом определяются максимальные значения указанных нагрузок на каждом этапе переходного процесса и время их возникновения. Результаты расчетов выводятся на экран в виде таблицы и графиков переходных процессов мостового крана (в том числе – с частотным управлением).

С помощью разработанной компьютерной программы и теории планирования эксперимента выполнен анализ изменения кинематических и динамических параметров при торможении мостового крана грузоподъемностью 20/5 т с частотным управлением привода передвижения. Построены полиномиальные зависимости динамических нагрузок на металлоконструкцию крана и груз, а также времени торможения крана от параметров частотного управления. Приведены удобные для практического применения графики равных откликов динамических нагрузок, действующих на металлоконструкцию крана и груз при торможении частотно-управляемого мостового крана.

**Ключевые слова:** мостовой кран, математическая модель, переходные процессы, частотное управление, динамические нагрузки.

**Постановка проблеми.** Основним обладнанням для виконання вантажно-розвантажувальних робіт в ремонтних депо та відкритих складах залізничних станцій є крани мостового типу. Вони працюють переважно в пуско-гальмівних режимах, які супроводжуються великими динамічними зусиллями, що діють на елементи приводів, металлоконструкцію крана та вантаж. Зниження вказаних динамічних навантажень є актуальним завданням, що дозволить підвищити довговічність механізмів та металлоконструкцій кранів, понизити ремонтні витрати та зменшити час на перевантажувальні операції завдяки усуненню розгойдування вантажів.

Наразі все більше вантажопідйомних кранів випускаються з частотно-керованими електроприводами, що мають безперечні переваги в порівнянні з традиційним релейно-контакторним управлінням: великий діапазон регулювання частоти обертання ротора (в тому числі – вище номінальної); плавність регулювання швидкості виконавчих механізмів; жорсткі механічні характеристики; значно менші втрати електроенергії; можливість використання дешевих і надійних короткозамкнених двигунів замість двигунів з фазним ротором [3, 9–12 та ін.]. Тому є актуальними дослідження перехідних процесів частотно-керованих кранів з метою пошуку шляхів поліпшення їх техніко-експлуатаційних характеристик на стадії проектування або модернізації. В першу чергу це стосується процесів гальмування кранів, що здійснюються за допомогою частотно-керованих приводів пересування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У розрахунках механізмів пересування кранів на міцність згідно з нормативною методикою [1] необхідно враховувати: сили тяжіння вантажу, крана та візка; вітрові навантаження робочого та неробочого стану; динамічні навантаження мас вантажу, крана та візка, що рухаються поступально; динамічні моменти обертових мас механізму; технологічні навантаження. При цьому для розрахунку динамічних навантажень, що діють на елементи крана та вантаж застосовують багатомасові моделі вантажопідйомних машин [2-8 та ін.]. Однак, для реалізації цих моделей використовують або програми загального призначення (MathCAD, Mathematica) [2, 3], які вимагають від користувача навичок програмування, або створені дослідниками програми не дозволяють досконало досліджувати перехідні режими частотно-керованих кранів (в тому числі процесів гальмування) [5]. Таким чином, є нагальна потреба в розробці програмного забезпечення, що дозволяє проводити всебі-

чні дослідження кінематичних і динамічних параметрів кранів з частотно-керованими електроприводами пересування.

**Мета статті:** а) презентація розробленої програми, що реалізує математичну модель мостового крана з частотним керуванням, призначеної для розрахунку динамічних навантажень та інших параметрів перехідних процесів частотно-керованих мостових кранів у пуско-гальмівних режимах; б) проаналізувати процеси гальмування мостового крана з частотно-керованим електроприводом пересування за допомогою розробленого програмного забезпечення.

**Викладення основного матеріалу дослідження.**

**1. Математичні моделі.** Для дослідження динаміки пересування мостового крана використані три- та чотиримасова розрахункові схеми (див. рис. 1), які застосовувалися в роботах багатьох вчених [2–5 та ін.].

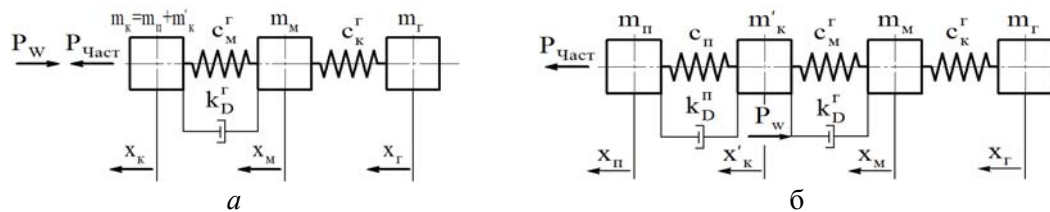


Рис. 1. Розрахункові схеми мостового крана:  
а – тримасова; б – чотиримасова

Рух динамічних моделей крана, наведених на рис. 1,а та 1,б, описується системами диференціальних рівнянь (1) та (2), відповідно:

$$\begin{cases} m_k \cdot \ddot{x}_k + k_M \cdot (\dot{x}_k - \dot{x}_m) + c_M \cdot (x_k - x_m) = P_{\text{част}} - P_w \cdot \text{sign}(\dot{x}_k); \\ m_m \cdot \ddot{x}_m - k_M \cdot (\dot{x}_k - \dot{x}_m) - c_M \cdot (x_k - x_m) + c_K \cdot (x_m - x_r) = 0; \\ m_r \cdot \ddot{x}_r - c_K \cdot (x_m - x_r) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} m_n \cdot \ddot{x}_n + k_n \cdot (\dot{x}_n - \dot{x}'_k) + c_n \cdot (x_n - x'_k) = P_{\text{част}}; \\ m'_k \cdot \ddot{x}'_k - k_n \cdot (\dot{x}_n - \dot{x}'_k) - c_n \cdot (x_n - x'_k) + k_M \cdot (\dot{x}'_k - \dot{x}_m) + c_M \cdot (x'_k - x_m) + P_w \cdot \text{sign}(\dot{x}'_k) = 0; \\ m_m \cdot \ddot{x}_m - k_M \cdot (\dot{x}'_k - \dot{x}_m) - c_M \cdot (x'_k - x_m) + c_K \cdot (x_m - x_r) = 0; \\ m_r \cdot \ddot{x}_r - c_K \cdot (x_m - x_r) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

На рис. 1 та в рівняннях (1), (2) прийняті позначення:  $m_n$  – приведена до ходових коліс маса обертових частин приводу, кг;  $m'_k$  – частка маси моста, яка приведена до переміщення кінцевих балок, кг;  $m_k$  – приведена до ходових коліс маса обертових частин приводу (від ротора двигуна до ходового колеса включно) і частка маси моста, що приведена до переміщення кінцевих балок, кг;  $m_m$  – приведена до середини прольоту маса середніх частин моста і порожнього візка, кг;  $m_r$  – маса вантажу, кг;  $c_n$  – приведений до ходових коліс коефіцієнт жорсткості приводу механізму пересування, Н/м;  $c_M$  – коефіцієнт жорсткості металоконструкції крана в горизонтальній площині, Н/м;  $c_K$  – горизонтальна складова натягу вантажних канатів, Н/м;  $k_n$  – коефіцієнт згасання коли-

вань (демпфірування) приводу, Н·с/м;  $k_m$  – коефіцієнт згасання коливань (демпфірування) металоконструкції крана в горизонтальній площині, Н·с/м;  $x_n, x_k, x'_k, x_m, x_r$  – шляхи, що проходять, відповідно, маси  $m_n, m_k, m'_k, m_m, m_r$  від початку координат, м;  $P_{\text{част}}$  – приведена до ободу приводних ходових коліс рушійна або гальмівна сила приводу при частотному управлінні, Н;  $P_w$  – сила статичного опору пересуванню крана, Н.

Зведена до ходових коліс мостового крана сила приводу визначається за виразом

$$P_{\text{част}} = M \cdot \frac{u_M}{r} \cdot \eta^{\pm 1} = \frac{2 \cdot M_k \cdot (1 + a \cdot s_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2 \cdot a \cdot s_k} \cdot \frac{u_M}{r} \cdot \eta^{\pm 1}, \quad (3)$$

де  $M$  – момент двигуна, Н·м;  $u_M$  – передатне число приводу;  $r$  – радіус ходового колеса, м;  $\eta^{\pm 1}$  – коефіцієнт корисної дії механізму пересування крана (у руховому режимі знак «+», у гальмівних – знак «-»);  $s$  і  $s_k$  – поточне і критичне ковзання двигуна;  $M_k$  – критичний момент двигуна, Н·м, при частотному управлінні

$$M_k = \frac{3}{2} \cdot \frac{U_1^2}{\omega_{0H} \cdot x_{kH} \cdot \left[ f_{1*} \cdot \rho_{1k} \pm \sqrt{(f_{1*}^2 + \rho_{1k}^2) \cdot (f_{1*}^2 + \rho_{1\mu}^2)} \right]}; \quad (4)$$

$$s_k = \pm \frac{R'_2}{f_{1*} \cdot x_{kH}} \cdot \sqrt{\frac{f_{1*}^2 + \rho_{1\mu}^2}{f_{1*}^2 + \rho_{1k}^2}}; \quad (5)$$

$a$  – коефіцієнт, що визначається за формулою

$$a = \frac{R_1 \cdot f_{1*}^2}{R'_2 \cdot (f_{1*}^2 + \rho_{1\mu}^2)}; \quad (6)$$

$U_1$  – поточне значення фазної напруги, В;  $\omega_{0H}$  – синхронна швидкість двигуна при номінальній частоті  $f_{1H} = 50$  Гц, рад/с;  $x_{kH} = x_1 + x'_2$  – індуктивний фазний опір короткого замикання при номінальній частоті  $f_{1H} = 50$  Гц ( $x_1$  і  $x'_2$  – відповідно, індуктивний фазний опір обмоток статора і ротора, приведений до обмотки статора), Ом;  $f_{1*} = f_1 / f_{1H}$  – відносна частота струму статора ( $f_1$  і  $f_{1H}$  – поточне і номінальне значення частоти струму статора, відповідно, Гц);  $R_1$  і  $R'_2$  – активний фазний опір обмоток статора і ротора, приведений до обмотки статора, Ом;  $\rho_{1k} = R_1 / x_{kH}$  і  $\rho_{1\mu} = R_1 / x_{\mu H}$  – відносні величини ( $x_{\mu H}$  – індуктивний опір контуру намагнічування при номінальній частоті  $f_{1H} = 50$  Гц, Ом).

Для забезпечення сталості перевантажувальної здатності двигуна, значення фазної напруги слід підтримувати відповідно до закону:

$$U_1 = U_{1H} \cdot \sqrt{\frac{f_{1*} \cdot \rho_{1k} \pm \sqrt{(f_{1*}^2 + \rho_{1k}^2) \cdot (f_{1*}^2 + \rho_{1\mu}^2)}}{\rho_{1k} \pm \sqrt{(1 + \rho_{1k}^2) \cdot (1 + \rho_{1\mu}^2)}}} \cdot \frac{M_c}{M_H}, \quad (7)$$

де  $U_{1H}$  – номінальне значення фазної напруги, В;  $M_c$  – момент статичного опору на валу двигуна, Н·м;  $M_H$  – номінальний момент на валу двигуна, Н·м.

В формулах (4), (5) і (7) знак плюс перед радикалами відноситься до рухового режиму, мінус – до генераторного.

При заданні сили приводу крана за формулою (3) з урахуванням (4)-(7) забезпечується сталість перевантажувальної здатності двигуна незалежно від характеру навантаження. Механічні характеристики асинхронного двигуна механізму пересування мостового крана при частотному управлінні показані на рис. 2.

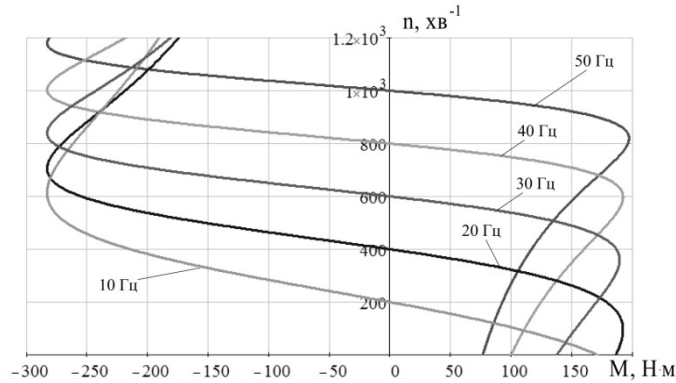


Рис. 2. Механічні характеристики асинхронного двигуна при частотному керуванні

**2. Програмне забезпечення.** Для реалізації описаної вище математичної моделі розроблено програму для дослідження перехідних режимів (пускових і гальмівних) при роботі механізмів пересування частотно-керованих мостових кранів, представлених у вигляді багатомасових розрахункових схем. Мова розробки – об’єктно-орієнтоване середовище C # (C Sharp).

Блок-схема укрупненого алгоритму роботи програми наведена на рис. 3. В результаті роботи програми на екран виводяться до п’яти вікон містять графіки (в функції часу), що характеризують зміна: переміщень, швидкостей і прискорень приведених мас; зусиль, що виникають в пружних ланках (приводі механізму, металоконструкції і вантажних канатах). Крім того, у вікні програми міститься інформаційна панель, яка відображає максимальні значення зазначених величин і час їх виникнення для кожного з етапів перехідного процесу.

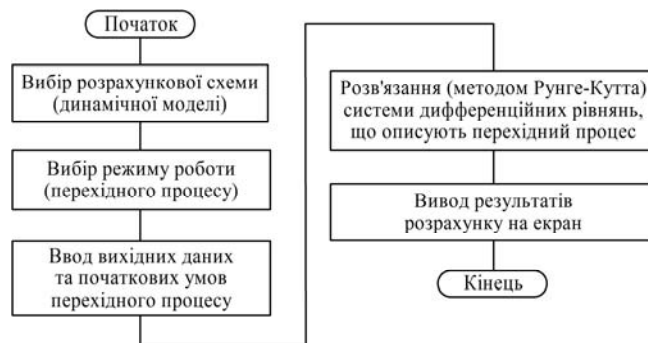


Рис. 3. Укрупнена блок-схема програми

При запуску програми на екран виводиться вікно, що містить головне меню програми. Вид головного меню наведено на рис. 4.

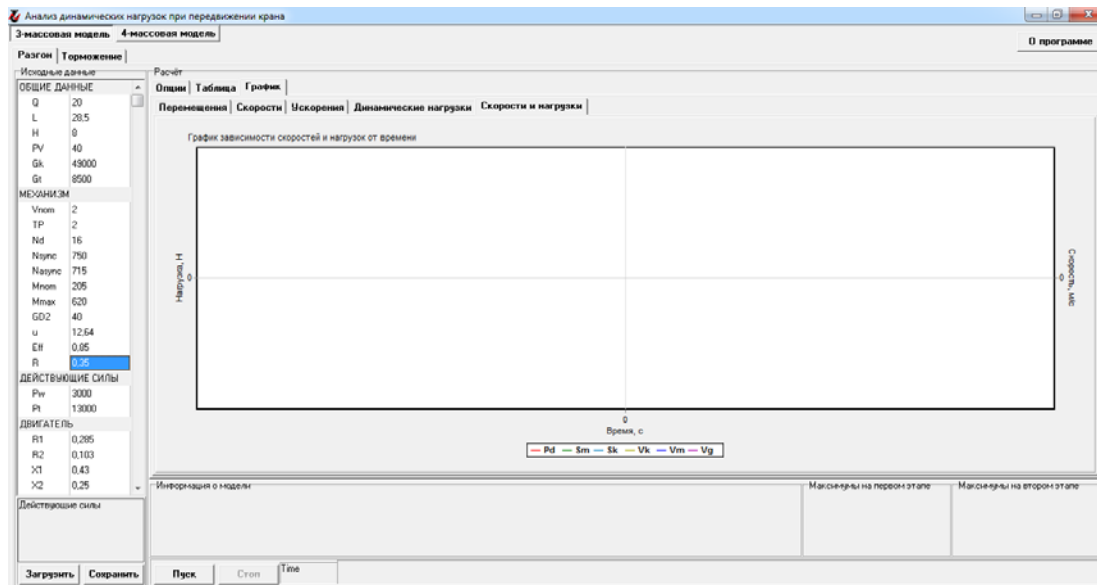


Рис. 4. Головне меню програми

Головне меню містить всі необхідні інструменти для формування користувачем запити і отримання результатів розрахунку у вигляді таблиці або графіків. Так, користувач спочатку вибирає вид динамічної моделі (три- або чотиримасова), а також режим роботи крана (розгін або гальмування). Далі в розділі «Вихідні дані» користувач може ввести вихідні дані і початкові умови для розрахунку. Розділ «Вихідні дані» розділений на кілька функціональних зон. Призначення останніх полягає в наступному: завдання даних про модель крана; завдання каталожних і обмотувальних даних двигуна; завдання зовнішніх сил; завдання параметрів частотного розгону / гальмування; завдання початкових умов досліджуваного перехідного процесу.

Після натискання кнопки «Пуск» проводиться розрахунок. На кожному кроці заданого інтервалу часу виконується розрахунок переміщень, швидкостей і прискорень всіх наведених мас, розрахунок зусиль діючих в приводі, на металоконструкцію крана і на вантажні канати. Визначаються максимальні значення зазначених діючих зусиль на кожному етапі перехідного процесу і час їх виникнення.

Результати виводяться на екран в розділі «Розрахунок». Даний розділ представлений кнопками «Опції», «Таблиця» і «Графік» (рис. 5–7).

У підрозділі «Опції» (рис. 5) користувач може вибрати з результатів розрахунку ті графіки і величини, які слід вивести на екран (здійснюється шляхом установки прапорця у відповідному пункті), вибрати товщину ліній графіків, завантажити новий файл з вихідними даними. У разі встановлення прапорця на опції «Гальмування після розгону» програма запам'ятає кінцеві параметри розгону і використовує їх в якості початкових для гальмування. Натискання кнопки «За замовчуванням» повертає вихідні дані з файла.

У розділі «Таблиця» (рис. 6) виводяться результати розрахунку на кожному кроці інтегрування у вигляді таблиці з усіма параметрами перехідного процесу.

Розділ «Графік» (рис. 7) представлено п'ятьма графіками в функції часу, що характеризують зміна переміщень мас, їх швидкостей і прискорень, зусиль виникають в пружних ланках (приводі механізму, в елементах металоконструкції і вантажних канатах). Крім перерахованих графіків, у вікні з результатами, виводиться інформаційна панель, яка містить основні відомості про крані (вантажопідйомність, проліт, швидкість відповідного механізму), інформація про те, яка обрана розрахункова схема, який

досліджується перехідний процес і яким чином задається зусилля приводу. Тут же виведені значення максимальних зусиль, що виникають в приводі механізму, в елементах металоконструкції і вантажних канатах і час їх виникнення, для кожного з етапів перехідного процесу.

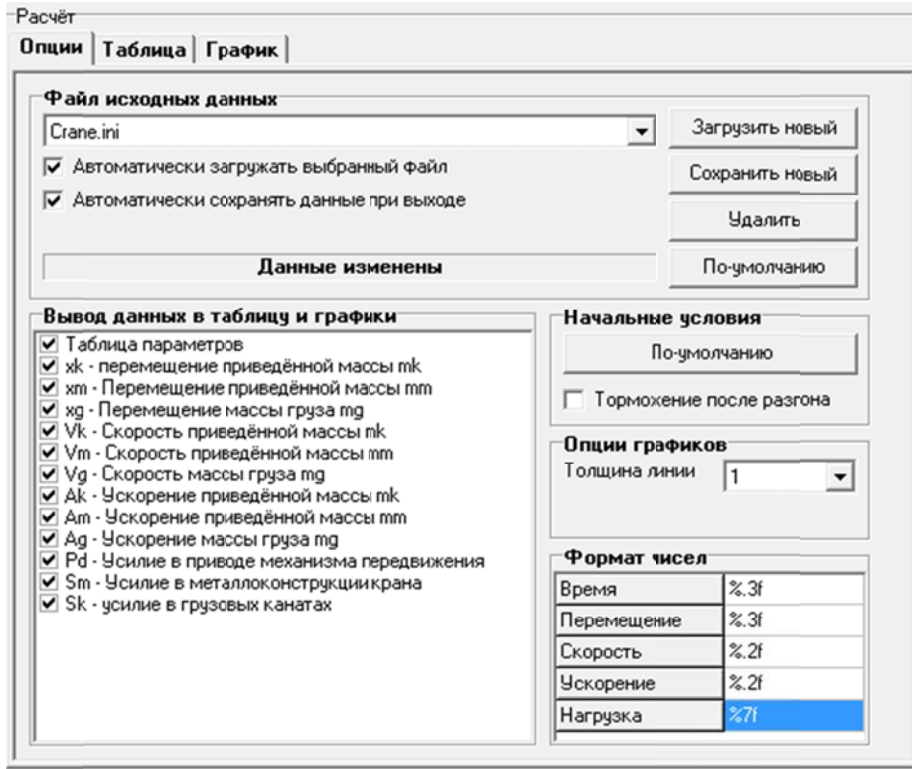


Рис. 5. Розділ «Опції»

Т	Xk	Vk	Xm	Vm	Xg	Vg	Ak	Am	Ag	Pd	Sm	Sk
0,002	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00	0,39	0,00	0,00	12346,19	5,52	0,00
0,004	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00	0,38	0,00	0,00	12131,26	21,79	0,00
0,006	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00	0,37	0,00	0,00	11921,42	48,52	0,00
0,008	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00	0,36	0,00	0,00	11716,33	85,41	0,00
0,010	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00	0,35	0,00	0,00	11517,52	132,15	0,00
0,012	0,000	0,00	0,000	0,00	0,000	0,00	0,34	0,01	0,00	11323,33	188,41	0,00
0,014	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,33	0,01	0,00	11135,88	253,83	0,00
0,016	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,32	0,01	0,00	10953,56	328,05	0,01
0,018	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,31	0,02	0,00	10777,08	410,70	0,01
0,020	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,30	0,02	0,00	10606,51	501,40	0,01
0,022	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,29	0,02	0,00	10441,32	599,75	0,02
0,024	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,28	0,03	0,00	10283,38	705,33	0,03
0,026	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,26	0,03	0,00	10130,32	817,74	0,04
0,028	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,25	0,04	0,00	9984,58	936,55	0,05
0,030	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,24	0,04	0,00	9844,39	1061,33	0,07
0,032	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,23	0,05	0,00	9710,34	1191,64	0,08
0,034	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,22	0,05	0,00	9582,44	1327,04	0,11
0,036	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,21	0,06	0,00	9460,68	1467,08	0,13
0,038	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,20	0,06	0,00	9345,03	1611,32	0,16
0,040	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,19	0,07	0,00	9235,46	1759,29	0,20
0,042	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,18	0,07	0,00	9131,91	1910,55	0,24
0,044	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,17	0,08	0,00	9034,33	2064,64	0,29
0,046	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,16	0,08	0,00	8942,65	2221,11	0,34
0,048	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,15	0,09	0,00	8856,80	2379,51	0,40
0,050	0,000	0,01	0,000	0,00	0,000	0,00	0,14	0,10	0,00	8776,68	2539,39	0,47

Рис. 6. Розділ «Таблица»

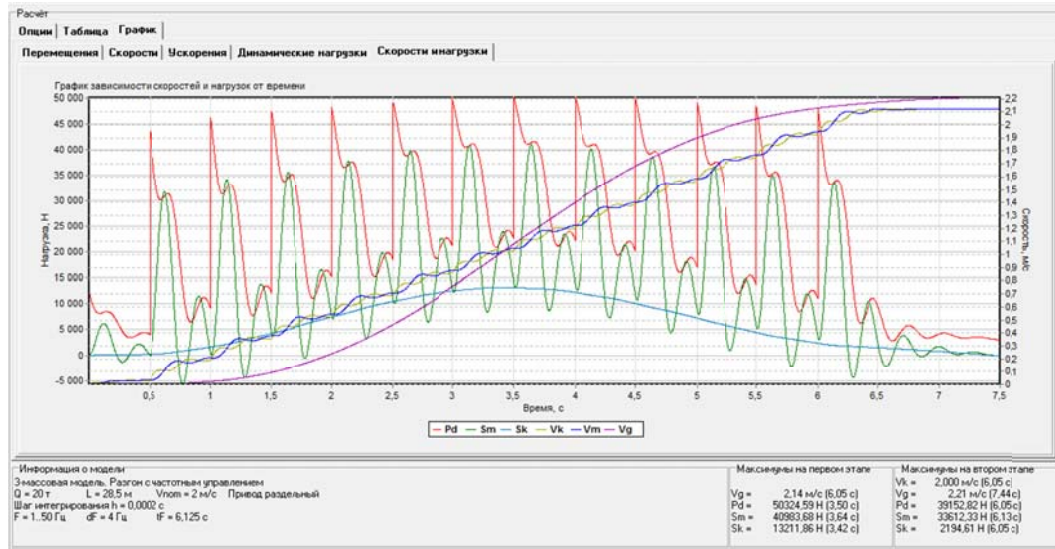


Рис. 7. Розділ «Графік»

**3. Аналіз динамічних навантажень при гальмуванні мостових кранів з частотним керуванням.** За допомогою розробленої комп'ютерної програми було проведено аналіз гальмівних процесів мостових кранів з частотно-керованим електроприводом пересування та побудовано поліноміальні моделі динамічних навантажень і часу гальмування при пересуванні мостового крану в/п 20/5 т з частотним керуванням.

Аналіз динамічних навантажень при гальмуванні мостового крану, представленого тримасовою динамічною моделлю (рис. 1,а), було здійснено за допомогою теорії планування експерименту.

В якості варійованих факторів були обрані: тривалість часу витримки на одній частоті ( $T_B$ ), крок зміни частоти частотного перетворювача ( $h_{\text{ч}}$ ), швидкість пересування крана, за якою вимикається двигун та вмикається колодкове гальмо ( $V_{\Gamma}$ ). Рівні факторів, кодування та інтервали їх варіювання для крана в/п 20 т. наведено в табл. 1.

Таблиця 1. Рівні факторів, інтервали їх варіювання для крана в/п 20/5 т.

Область визначення факторів	$T_B$ , с	$h_{\text{ч}}$ , Гц	$V_{\Gamma}$ , м/с
Код ( $z_i$ )	$z_1$	$z_2$	$z_3$
Основний рівень (код 0)	0,2	1,5	0,6
Інтервал варіювання ( $\Delta z_i$ )	0,025	1,0	0,4
Верхній рівень (код +1)	0,225	2,5	1,0
Нижній рівень (код -1)	0,175	0,5	0,2
Зіркова точка (код +1)	0,225	2,5	1,0
Зіркова точка (код -1)	0,175	0,5	0,2
Додаткова зіркова точка (код +0,5)	0,2125	2,0	0,8
Додаткова зіркова точка (код -0,5)	0,1875	1,0	0,4

Для оцінок максимальних горизонтальних динамічних навантажень та часу гальмування мостового крану було обрано поліноміальну модель другого порядку:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i z_i + \sum_{i,l=1; i \neq l}^k b_{il} z_i z_l + \sum_{i=1}^k b_{ii} (z_i)^2, \quad (8)$$

де  $\hat{y}$  – оцінка параметра, що апроксимується;  $b_0, b_i, b_{ii}, b_{ij}$  – коефіцієнти регресії;  $k$  – число факторів.

Оскільки число факторів  $k = 3$ , то загальне число коефіцієнтів математичної моделі (8) дорівнює

$$\lambda = \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2} = \frac{(3+1) \cdot (3+2)}{2} = 10, \quad (9)$$

а модель прийме вигляд:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_0 + b_1 \cdot z_1 + b_2 \cdot z_2 + b_3 \cdot z_3 + b_{12} \cdot z_1 \cdot z_2 + b_{13} \cdot z_1 \cdot z_3 + b_{23} \cdot z_2 \cdot z_3 + \\ & + b_{11} z_1^2 + b_{22} z_2^2 + b_{33} z_3^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Для проведення регресійного аналізу необхідно вибрати план проведення експерименту. Оскільки експеримент і регресійний аналіз проводяться на ЕОМ, то складність обробки результатів експерименту та число дослідів плану не є головним критерієм при виборі плану. Скористаємося планом, побудованим на основі квазі- $D$ -оптимального плану типу  $V_k$  [13]. Плани  $V_k$  є планами другого порядку, які побудовані на гіперкубах  $k-i$  розмірності, що має рівне число дослідів у вершинах куба та центрі  $(k-1)$ -мірних граней. Ці плани за величиною визначника інформаційної матриці та максимальної по кубу дисперсії передбачених значень регресійної функції порівняно мало відрізняються від  $D$ -оптимальних планів, а по мінімальній та середній дисперсії навіть мають деяку перевагу.

Загальне число дослідів плану  $V_k$  визначається формулою:

$$N_B = N_1 + 2k, \quad (11)$$

де  $N_1 = 2^k$  – число дослідів ядра плану, що є повним факторним експериментом при варіюванні факторів на двох рівнях;  $2k$  – число дослідів в зоряних точках (зоряне плече – відстань від точки до центру плану в кодованому масштабі).

План, побудований на базі плану типу  $V_3$  представлений в таблиці 2 (графи 2-4). У графах 5-7 показані натуральні значення кодованих факторів, а в графах 8-10 показані результати комп'ютерного експерименту, розрахункові значення та їх різниця для динамічних навантажень  $P_M$  в металоконструкції крану.

Після обробки результатів комп'ютерного експерименту за методом найменших квадратів були розраховані коефіцієнти регресії та отримано поліном для розрахунку та дослідження динамічних навантажень  $P_M$  в металоконструкції крана, з частотним управлінням приводу переміщення крану:

$$P_M = -28,2 - 5,4Z_2 + 0,6Z_3 + 1,15Z_1Z_2 + 2,3Z_2Z_3 - 8,1Z_2^2 - 0,45Z_3^2; \quad (12)$$

Оскільки нами проводився комп'ютерний експеримент, то перевірку адекватності апроксимуючого полінома (12) виконували за допомогою коефіцієнтом варіації:

$$\rho = \frac{1}{y_{cp}} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2}{N - \lambda}}, \quad (13)$$

де  $\lambda$  – число коефіцієнтів рівняння регресії;  $\alpha$ - рівень значущості (зазвичай приймають рівним 0,05). Рівняння регресії вважається адекватним, якщо  $\rho < \alpha$ . В нашому випадку величина коефіцієнту варіації  $\rho$  знаходиться в межах норми, а саме – менше ніж 5%.

За аналогічною методикою були побудовані плани та проведені комп'ютерні експерименти для динамічних навантажень  $P_K$ , що діють на вантаж, а також для часу гальмування крану  $t_r$  з частотним управлінням приводу переміщення крану. В результаті отримано відповідні поліноми:

$$P_K = -13,5 + 1,25Z_1 - 6,0Z_2 - 0,5Z_3 + 0,6Z_1Z_2 - 2,2Z_2Z_3 - 1,1Z_2^2 - 0,15Z_3^2; \quad (14)$$

$$t_r = 6,3 + 0,8Z_1 - 5,3Z_2 - 0,7Z_3 - 0,7Z_1Z_2 - 0,3Z_1Z_3 + 1,6Z_2Z_3 + 4,26Z_2^2. \quad (15)$$

Отримані рівняння регресії (13 – 15) можуть використовуватися для розрахунку  $P_M$ ,  $P_K$  і  $t_r$  при будь-яких значеннях факторів  $T_B$ ,  $h_{\text{ч}}$ ,  $V_r$  в дослідженій області їх визначення. При цьому точність розрахунку динамічних навантажень майже така сама, як і при розв'язанні системи диференціальних рівнянь. Крім того, рівняння регресії дозволяють досліджувати вплив кожного фактору та їх взаємодії на величину максимальних динамічних навантажень.

**Таблиця 2. Горизонтальні динамічні навантаження  $P_M$  в металоконструкції мостового крана в/п 20/5 т при гальмуванні з частотним управлінням**

№ досл.	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$T_B, \text{с}$	$h_{\text{ч}}, \text{Гц}$	$V_r, \text{м/с}$	$P_M, \text{кН}$	$\dot{P}_M, \text{кН}$	$\Delta P_M, \text{кН}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	0,225	2,5	1,0	-37,4	-38,1	0,7
2	1	1	-1	0,225	2,5	0,2	-43,8	-43,9	0,1
3	1	-1	1	0,225	0,5	1,0	-33,2	-34,2	1,0
4	1	-1	-1	0,225	0,5	0,2	-30,1	-30,8	0,7
5	-1	1	1	0,175	2,5	1,0	-40,0	-40,4	0,4
6	-1	1	-1	0,175	2,5	0,2	-46,8	-46,2	-0,6
7	-1	-1	1	0,175	0,5	1,0	-31,2	-31,9	0,7
8	-1	-1	-1	0,175	0,5	0,2	-28,6	-28,6	0,0
9	0	0	0	0,20	1,5	0,6	-27,6	-28,2	0,6
10	1	0	0	0,225	1,5	0,6	-29,5	-28,2	-1,3
11	-1	0	0	0,175	1,5	0,6	-28,5	-28,2	-0,3
12	0	1	0	0,20	2,5	0,6	-42,6	-41,7	-0,9
13	0	-1	0	0,20	0,5	0,6	-32,0	-30,9	-1,1
14	0	0	1	0,20	1,5	1,0	-27,6	-28,1	0,5
15	0	0	-1	0,20	1,5	0,2	-27,6	-29,3	1,7
16	0,5	0	0	0,213	1,5	0,6	-27,8	-28,2	0,4
17	-0,5	0	0	0,188	1,5	0,6	-28,2	-28,2	0,0
18	0	0,5	0	0,20	2,0	0,6	-35,5	-32,9	-2,6
19	0	-0,5	0	0,20	1,0	0,6	-30,8	-27,5	-3,3
20	0	0	0,5	0,20	1,5	0,8	-27,6	-28,0	0,4
21	0	0	-0,5	0,20	1,5	0,4	-27,6	-28,6	1,0

На рис. 8 – 9 наведено графіки перехідних процесів при гальмуванні мостового крана в/п 20/5 т при частотному управлінні, а на рис. 10-11 – графіки залежностей динамічних навантажень в металоконструкції крана  $P_M$  і горизонтальних динамічних навантажень  $P_K$  від зміни кроку частоти частотного перетворювача  $h_{\text{ч}}$ .

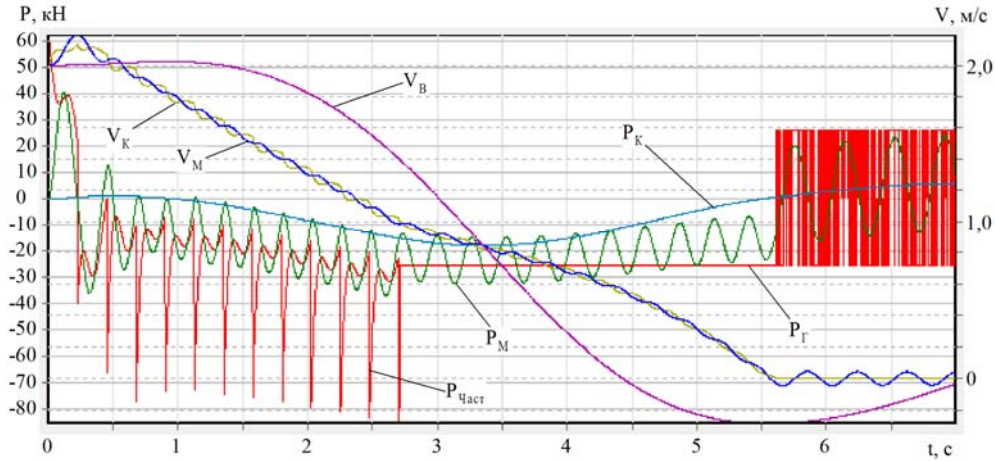


Рис. 8. Графіки процесу гальмування мостового крану в/п 20/5 т при частотному управлінні (Дослід №1:  $T_B = 0,225$  с,  $h_{\text{ч}} = 2,5$  Гц,  $V_{\Gamma} = 1,0$  м/с)

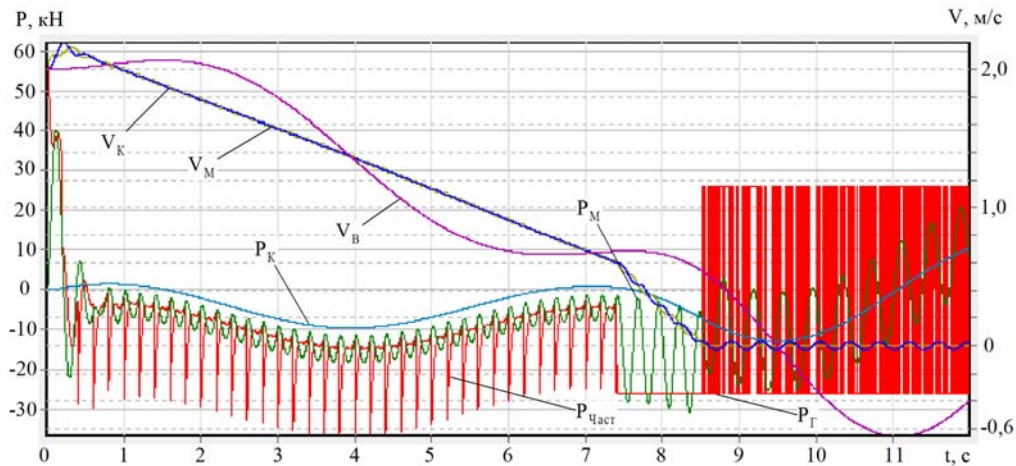


Рис. 9. Графіки процесу гальмування мостового крану в/п 20/5 т при частотному управлінні (Дослід №19:  $T_B = 0,2$  с,  $h_{\text{ч}} = 1,0$  Гц,  $V_{\Gamma} = 0,6$  м/с)

Для практичних розрахунків динамічних навантажень цікаві графіки ліній рівних відгуків (рис. 12) параметрів  $P_M$  і  $P_K$ , які апроксимуються рівняннями регресії (12), (14) залежно від часу роботи частотного перетворювача ( $z_1$ ) і кроку зміни частоти ( $z_2$ ) при фіксованому значенні  $z_3$ , наприклад ( $z_3 = 0$ ). Необхідно підкреслити, що розраховувати максимальні динамічні навантаження за допомогою формул (12), (14) та ліній рівних відгуків (на рис. 12) можна тільки для розглянутого мостового крану в дослідженій області визначення факторів.

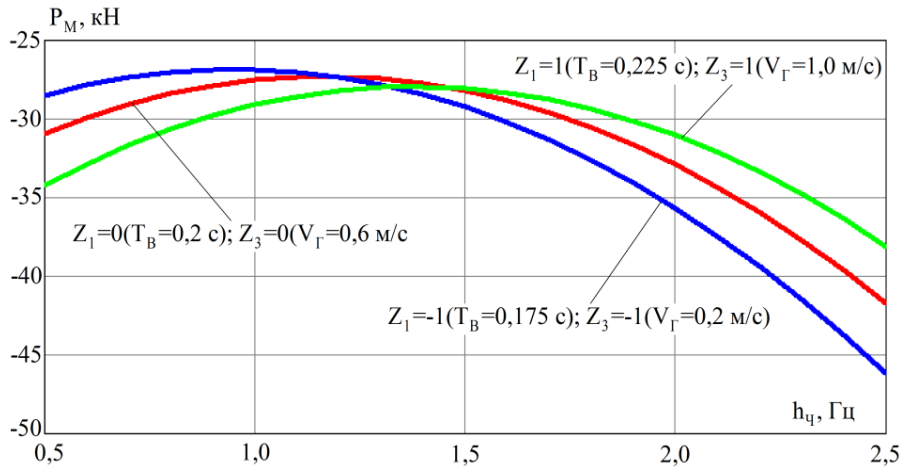


Рис. 10. Залежність динамічних навантажень металоконструкціїкрана  $P_M$  від зміни кроку частоти частотного перетворювача  $h_q$

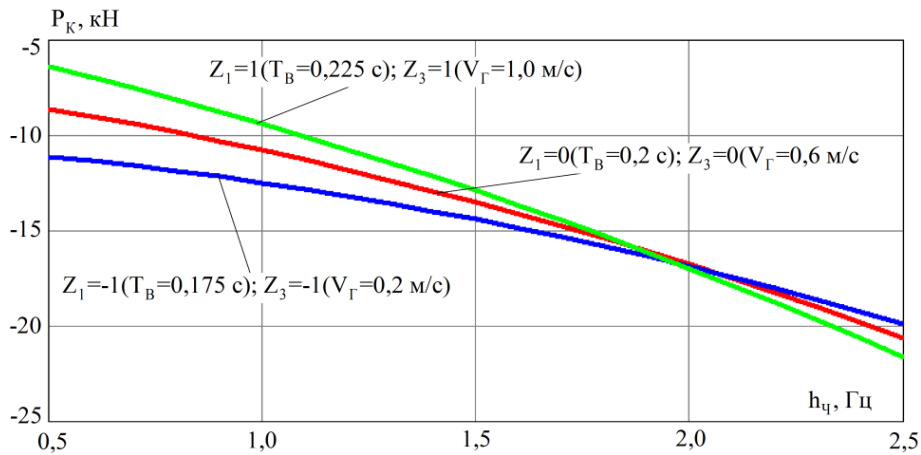


Рис. 11. Залежність горизонтальних динамічних навантажень  $P_K$ , що діють на вантаж, від зміни кроку частоти перетворювача  $h_q$

Аналіз результатів досліджень дозволяє зробити наступні висновки:

- динамічні навантаження в металоконструкції крана і горизонтальні зусилля, що діють на вантаж, мають спільну тенденцію до зниження при зменшенні кроку зміни частоти і збільшенні часу роботи частотного перетворювача;
- зі збільшенням кроку зміни частоти  $h_q$  від 0,5 до 2,5 Гц динамічні навантаження на металоконструкцію  $P_M$  зростають приблизно на 60%, а горизонтальні динамічні навантаження, які діють на вантаж  $P_K$  – від 42 до 70%;
- час гальмування крана збільшується при зростанні часу роботи частотного перетворювача. Крок зміни частоти дуже суттєво впливає на час гальмування крана: збільшення кроку зміни частоти від 0,5 до 2,5 Гц призводить до зменшення часу гальмування крана в три рази.

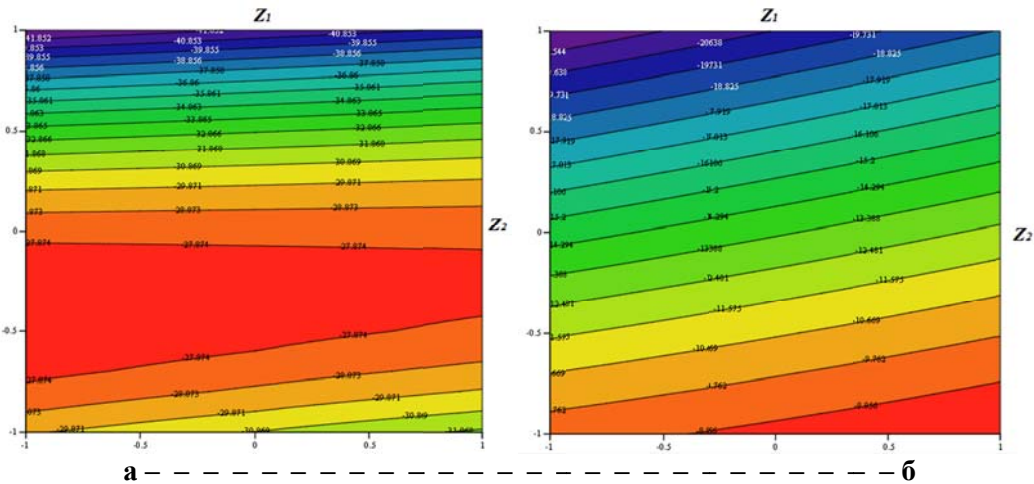


Рис. 12. Лінії рівних відгуків динамічних зусиль  $P_M$  (а) і  $P_K$  (б) при:  $z_1 = -1...+1$  ( $T_B = 0,175...0,225$  с),  $z_2 = -1...+1$  ( $h_q = 0,5...2,5$  Гц),  $z_3 = 0$  ( $V_T = 0,6$  м/с)

**Висновки.** Описано математичні моделі крана з частотним керуванням приводу пересування та представлено опис розробленої комп'ютерної програми, яка реалізує вказані математичні моделі і дозволяє проводити дослідження перехідних процесів кранів мостового типу. Також у роботі наведено результати аналізу гальмівних процесів частотно-керованого мостового крана, який проведено за допомогою розробленого програмного продукту. Наразі розроблена комп'ютерна програма також використовується у дослідженнях з пошуку оптимальних параметрів гальмування частотно-керованих мостових кранів.

## ЛІТЕРАТУРА

1. РТМ 24.090.28–77. Краны грузоподъемные. Механизм передвижения. Метод расчета.
2. Ловейкін В.С. Динамічна оптимізація режиму руху кранового механізму переміщення / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич // Підйомно-транспортна техніка. – 2013. – № 3. – С. 5-21.
3. Ловейкін В.С. Аналіз динаміки механізму передвиження мостового крана с частотним управлінням приводу / В.С. Ловейкін, Ю.А. Ромасевич. // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2013. – №3. – С. 1–10.
4. Неженцев А.Б. Оптимізація механічних характеристик приводу передвиження мостового крана в режимі двохступенчатого протиковлючення / А.Б. Неженцев, П.В. Збітнев // Вісник Східноукраїнського національного ун-ту ім. В.Даля, №7(224). – Северодонецьк: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2015. – С. 36-42.
5. Аветисян С.М. Програмне забезпечення для дослідження перехідних процесів грузопідйомних кранів (частина 1: при роботі механізмів передвиження) / С.М. Аветисян, А.Б. Неженцев. // Підйомно-транспортна техніка. – 2003. – №4. – С. 33–48.
6. Кельріх М. Б. Структурно-функціональне описання конструкції модуля кузова сучасних універсальних напіввагонів //Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля.—Луганськ: СНУ ім. В. Даля. – 2014. – №. 2. – С. 210.
7. Фомін О. В. Теоретичні основи програмного комплексу визначення та використання математичних моделей складових вантажних вагонів //Вісник Кременчуцького національного університету ім. М. Остроградського.—Кременчук: КДПУ. – 2013. – С. 87-91.
8. Фомін, О.В. Варіаційне описання конструктивних виконань вантажних вагонів/ О.В Фомін, А.В. Гостра // Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту Міністерства освіти і науки України: Серія «Транспортні системи і технології». – Київ: ДЕУТ, 2015. – Вип.26-27. – С.137-147.
9. Збітнев П.В. Математична модель приведеної сили електропривода крана з частотним управлінням / П.В. Збітнев, О.Б. Неженцев // Тези доповідей всеукраїнської наук.-техн. конф. молодих вчених та студентів «Інновації молоді – машинобудуванню». Секція «Машинобудування», підсекція «Прикладна механіка». – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – С. 23-25.

10. *Збітнев П.В.* Зниження динамічних навантажень при гальмуванні мостового крана з частотним керуванням / П.В. Збітнев, О.Б. Неженцев // Актуальні задачі сучасних технологій : зб. тез доповідей V Міжнар. наук.-техн. конф. Молодих учених та студентів, (Тернопіль, 17–18 листоп. 2016.) / Терн. націон. техн. ун-т ім. І. Пулюя [та ін.]. – Тернопіль: ТНТУ, 2016. – С. 207-208.

11. *Збітнев П.В.* К вопросу снижения динамических нагрузок при торможении частотно-управляемого мостового крана / П.В. Збитнев, А.Б. Неженцев // Майбутній науковець – 2016: матеріали всеукр. наук.-практ. конф. 2 груд. 2016 р., м. Сєверодонецьк. Ч.ІІ. – Сєверодонецьк: Східноукр. нац. ун-т ім. В.Даля, 2016. – С. 102-105.

12. *Zbitniev P.* Analysis of the dependence between loads of an overhead crane and the parameters of a frequency control / P. Zbitniev, O. Nyezhenyev // International Scientific-Practical Conference of Young Scientists «BUILD-MASTER-CLASS-2016», 16-18 of November 2016 in KNUGA. – Kyiv: KNUGA, 2016. – P. 181.

13. *Таблицы* планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей (Справочное издание) / [Бродский В.З., Бродский Л.И., Голикова Т.И. и др.] – М.: Металлургия, 1982. – 752 с.

***Oleksiy Nyezhenyev, Ph.D., Associate Professor***

***(Associate Professor of the Department Applied Mechanics, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute».)***

***Hryhoriy Boyko, Ph.D., Associate Professor***

***(Chief of Research Department, Volodymyr Dahl East Ukrainian National University)***

***Pavlo Zbitniev,***

***(Postgraduate of the Department of Railway, Road Transport and Lifting and Transport Machines, Volodymyr Dahl East Ukrainian National University)***

## **THE MATHEMATICAL MODELS AND SOFTWARE FOR RESEARCH OF TRANSITIONAL PROCESSES OF LOAD-LIFTING CRANES WITH FREQUENCY CONTROL OF THE MOVEMENT MECHANISM**

*Mathematical models of a bridge crane with frequency control of an electric drive of movement, based on a three-mass and four-mass design schemes are described in the article. The developed software for realization of the specified mathematical models is presented. It allows to integrate differential equations describing the motion of multi-mass dynamic crane models using the Runge-Kutta numerical method and to calculate the displacements, speeds and accelerations of all the reduced masses, the dynamic loads on the drive and the crane's metal structures, as well as the dynamic loads on cargo at each step of the specified time interval. The maximum values of these loads at each stage of the transient process and the time of their occurrence are determining. The results of calculations are displayed on the screen in the form of a table and graphs of the transient processes of the bridge crane (including frequency controlled crane).*

*The analysis of changes in kinematic and dynamic parameters during braking of a bridge crane of the carrying capacity of 20/5 tons with frequency control of the drive of movement is performed using the developed computer program and theory of experiment planning. Polynomial dependencies of dynamic loads on the crane's metal structure and the dynamic loads on cargo, as well as the crane braking time from the frequency control parameters, are constructed. The graphs of equal response of the dynamic loads acting on the crane metal structure and the dynamic loads acting on the cargo when braking the frequency-controlled overhead crane are given for practical applications.*

**Keywords:** *overhead crane, mathematical model, transients, frequency regulation, dynamic loads*

## REFERENCES

1. RTM 24.090.28–77. *Krany gruzopodemnye. Mekhanizm peredvizheniia. Metod rascheta.* [Steering technical material 24.090.28–77. Load-lifting cranes. The mechanism of movement. Calculation method.].
2. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O. Dynamichna optymizatsiia rezhymu rukhu kranovoho mekhanizmu peremishchennia [Dynamic optimization of movement mode of crane's movement mechanism]. *Pidiomno-transportna tekhnika – Lifting and transport equipment*, 2013, issue 3, pp. 5-21.
3. Loveikin V.S., Romasevych Yu.A. Analiz dinamiki mekhanizma peredvizheniia mostovogo kрана s chastotnym upravleniem privoda [Analysis of the dynamics of the mechanism of movement of a bridge crane with frequency control of a drive]. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii – Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, issue 3, pp. 1–10. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/machin/hidden/731.html>
4. Nezhentsev A.B., Zbitniev P.V. Optimizatsiia mekhanicheskikh kharakteristik privoda peredvizheniia mostovogo kрана v rezhime dvukhstupenchatogo protivokliuchenii [Optimization of mechanical characteristics of drive of bridge crane in mode of two-stage plugging braking] *Visnyk Skhidnoukrainskoho natsionalnoho universytetu imeni V.Dalia* [Bulletin of the Volodymyr Dahl East Ukrainian National University], 2015, issue 7, pp. 36-42.
5. Avetisian S.M., Nezhentsev A.B. Programmnoe obespechenie dlia issledovaniia perekhodnykh protsessov gruzopodemnykh kranov (chast 1: pri rabote mekhanizmov peredvizheniia) [Software for the investigation of transient processes of cranes (part 1: in the work of movement mechanisms)]. *Pidiomno-transportna tekhnika – Lifting and transport equipment*, 2003, issue 4, pp. 33–48.
6. Kelrikh M. B., Moroz V. I. Strukturno-funktsionalne opysannia konstruktsii modulua kuzova suchasnykh universalnykh napivvohoniv //Visnyk Skhidnoukrainskoho natsionalnoho universytetu im. V. Dalia, 2 (210). – 2014. – С. 94-103.
7. Fomin O. V. Teoretychni osnovy prohramnoho kompleksu vyznachennia ta vykorystannia matematychnykh modeley skladovykh vantazhnykh vohoniv //Naukovyy zhurnal «Visnyk Kremenchuts'koho natsional'noho universytetu imeni Mykhayla Ostrohrads'koho».–Kremenchuk: KDPU. – 2013. – №. 6. – С. 83.
8. Fomin, O.V. Variacijne opisannja konstruktivnih vikonan' vantazhnykh vagoniv [Variations describe the structural designs of freight cars] / O.V. Fomin, A.V. Gostra // Proceedings of the State Economic and Technological University of Transport, Ministry of Education and Science of Ukraine series «Transport systems and technologies.» – Kyiv: DETUT, 2015. – Vyp.26-27. – S.137-147.
9. Zbitniev P.V., Nyezhenstev O.B. Matematychna model pryvedenoj syly elektroprivoda kрана z chastotnym upravlinniam [Mathematical model of the reduced force of the electric drive of the crane with frequency control]. Tezy dopovidei vseukrainskoi nauk.-tekhn. konf. molodykh vchenykh ta studentiv «Innovatsii molodi – mashynobuduvanniu». Sektsiia «Mashynobuduvannia», pidseksiiia «Prykladna mekhanika» [Proc. of the all-Ukrainian scientific and technical conference of young scientists and students «Innovations of youth to machine building». Section «Mechanical Engineering», subsection «Applied Mechanics»]. Kyiv, 2016, pp. 23-25.
10. Zbitniev P.V., Nyezhenstev O.B. Znyzhennia dynamichnykh navantazhen pry halmuvanni mostovogo kрана z chastotnym keruvanniam [Reduction of dynamic loads during braking of a bridge crane with frequency control]. *Aktualni zadachi suchasnykh tekhnologii: zbirnyk tez dopovidei V Mizhnarodnoi naukovy-tekhnichnoi konferentsii Molodykh uchenykh ta studentiv, (Ternopil, 17–18 lystopada 2016.)* [Actual problems of modern technologies: Proc. of the V International Scientific and Technical Conference of Young scientists and students, (Ternopil, November 17-18, 2016)]. Ternopil, 2016, pp. 207-208.
11. Zbitniev P.V., Nezhentsev A.B. K voprosu snizheniia dynamicheskikh nagruzok pri tormozhenii chastotno-upravliaemogo mostovogo kрана [To the issue of reducing dynamic loads during braking of a frequency-controlled overhead crane]. *Maibutnii naukovec – 2016: materialy vseukrainskoi naukovy-praktichnoi konferentsii. 2 hrudnia 2016 roku, misto Sievierodonetsk. Chastina II.* [Future Scientist – 2016: Proc. of the All-Ukrainian scientific conference. December 2, 2016, Severodonetsk. Part II]. Sievierodonetsk, 2016, pp. 102-105.
12. Zbitniev P. Analysis of the dependence between loads of an overhead crane and the parameters of a frequency control / P. Zbitniev, O. Nyezhenstev // International Scientific-Practical Conference of Young Scientists «BUILD-MASTER-CLASS-2016», 16-18 of November 2016 in KNUGA. – Kyiv: KNUGA, 2016. – P. 181.
13. Brodskii V.Z., Brodskii L.I., Golikova T.I., Nikitina Ye. P., Panchenko L.A. *Tablitsy planov eksperimenta dlia faktornykh i polinomialnykh modelei (Spravochnoe izdanie)* [Tables of experiment plans for factorial and polynomial models (Reference Edition)]. Moscow, Metallurgii, 1982. 752 p.